

Vorwort

Anders als Lehrpläne beschreiben *Bildungsstandards* Kompetenzen, die ein Schüler am Ende der 4. Jgst. erworben haben soll. In der Mathematik geht es zum Beispiel um die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren oder zu modellieren. Die von Lehrern und Bildungsforschern ausgearbeiteten *Kompetenzbeschreibungen* (auf den folgenden Seiten näher erläutert) wurden von der Kultusministerkonferenz beschlossen und gelten für ganz Deutschland.

Bei dem vorliegenden Skript handelt es sich um eine Sammlung von Aufgaben in Art eines Baukastensystems. Für jede Aufgabe sind auf der Rückseite neben den Ergebnissen die jeweils erforderlichen *allgemeinen mathematischen und inhaltlichen mathematischen Kompetenzen* angegeben. Außerdem ist die Zuordnung zu einer *Lernstandsstufe* ähnlich den VERA-Arbeiten vorgenommen worden.

Die Angabe der Kompetenzen gibt der Lehrkraft

- *Zielklarheit*
- *Sicherheit bzgl. der ergebnisorientierten Hinführung der Schüler*
- *Auskunft über den angestrebten Lernfortschritt*
- *Auskunft über die angestrebte Kompetenzerweiterung des Schülers.*

Durch die Angabe der Lernstandsstufe ist es dem Lehrer möglich, einerseits den *Lernstand* des einzelnen Schülers zu eruieren, andererseits Aufgaben nach dem *Prinzip der „optimalen Passung“* auszuwählen, um den Schüler bestmöglich fördern zu können. Wird das Anforderungsniveau so ausgewählt, dass es den Entwicklungsstand des Schülers gering übersteigt, wird durch die Erreichbarkeit ein Anreiz geschaffen und so ein Lernprozess in Gang gesetzt. Eine Über- bzw. Unterforderung kann so vermieden werden.

Jedes Aufgabenblatt stellt für sich eine Einheit dar. Um die angestrebte Verwendbarkeit in mehrfacher Weise zu gewährleisten, wurden die Aufgaben nicht mit Nummern, sondern nur mit dafür vorgesehenen Kästchen versehen. Jedes Blatt kann so als Ganzes kopiert und den Schülern mit *differenzierenden Arbeitsaufträgen* an die Hand gegeben werden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, das Blatt an den Trennlinien zu zerschneiden, so dass den einzelnen Schülern nach dem Grundsatz der Angemessenheit Aufgaben zur Bearbeitung vorgelegt werden. Auf Kartonpapier kopiert bietet sich diese Arbeitsform auch besonders gut für *Stationentraining, Lernzirkel oder Wochenplanarbeit* an.

Ich wünsche Ihnen und Ihren Schülern einen effizienten und effektiven Lehr- und Lernprozess.

Die Autorin

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
Inhaltsverzeichnis	5

Erläuterungen zu den Kompetenzen und Kompetenzstufen

Allgemeine mathematische Kompetenzen (KMK 2004)	6
Inhaltliche mathematische Kompetenzen (KMK 2004)	7
Globales Kompetenzstufenmodell (KMK 2004)	8
Lernstandsstufen A und B	9
Lernstandsstufe C	10

Zahlenraum bis 1000 / 10 000

Schriftlich addieren	11
Schriftlich addieren, Lückenaufgaben	13
Schriftlich subtrahieren	15
Schriftlich subtrahieren, Lückenaufgaben	17
Addieren und subtrahieren	19
Zahlenfolgen, Runden und Überschlagen	21
Zahlenrätsel	23
Zahlenspielereien	25
Tabellen und Schaubilder	27
Daten, Skizzen, Diagramme	29
Skizzen zeichnen, Sachaufgaben lösen	31

Zahlenraum bis 1 000 000

Mündlich oder schriftlich rechnen	33
Schriftlich addieren	35
Schriftlich subtrahieren	37
Zahlenrätsel	39
Zahlenspielereien I	41
Zahlenspielereien II	43
Daten und Schaubilder	45
Schriftlich rechnen mit Größen	47
Daten entnehmen, Sachaufgaben lösen	49
Rechnen mit Größen, Sachaufgaben I	51
Rechnen mit Größen, Sachaufgaben II	53

**Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards
im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jgst. 4)
nach dem Beschluss der Kultusministerkonferenz 2004**

Seit dem Schuljahr 2005/06 bilden die von der Kultusministerkonferenz verabschiedeten, verbindlichen Bildungsstandards die Grundlage für den Grundschulunterricht in allen Bundesländern.

Bei den für das Fach Mathematik beschriebenen Kompetenzen wird zwischen inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen unterschieden, die jedoch eng miteinander vernetzt sind.

Allgemeine mathematische Kompetenzen	
Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die auch als prozessbezogene Kompetenzen bezeichnet werden, sind oft schwer voneinander zu trennen. Für den Erwerb der inhaltlichen mathematischen Kompetenzen sind sie von großer Bedeutung.	
Problemlösen	Modellieren
<ul style="list-style-type: none"> • Mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden • Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) • Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen 	<ul style="list-style-type: none"> • Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen • Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen • Zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren
Kommunizieren	Darstellen
<ul style="list-style-type: none"> • Eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren • Mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden • Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten 	<ul style="list-style-type: none"> • Für die Bearbeitung mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen • Eine Darstellung in eine andere übertragen • Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten
Argumentieren	Technische Grundfertigkeiten
<ul style="list-style-type: none"> • Mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen • Mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln • Begründungen suchen und nachvollziehen 	Sie bilden die Voraussetzung für den Erwerb weiterer inhaltsbezogener Kompetenzen und für die produktive Nutzung von Mathematik und müssen besonders intensiv geübt werden.

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen beziehen sich auf fünf mathematische Kompetenzbereiche.

Die für das vorliegende Skript relevanten Teilbereiche (insbesondere der Kompetenzbereich ‚Zahlen und Operationen‘) sind im Folgenden genauer beschrieben.

Zahlen und Operationen

- Zahlvorstellungen und Zahlbeziehungen verstehen
- Rechenoperationen verstehen und beherrschen:
 - die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen
 - die Grundrechenarten des Kopfrechnens gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen
 - mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden
 - verschiedene Rechenwege vergleichen und bewerten
 - Rechenfehler finden, erklären und korrigieren
 - Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen
 - schriftliche Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation verstehen, geläufig ausführen und bei geeigneten Aufgaben anwenden
 - Lösungen durch Überschlagsrechnungen und durch Anwenden der Umkehroperation kontrollieren
- In Kontexten rechnen:
 - Sachaufgaben lösen und dabei die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten beschreiben
 - das Ergebnis auf Plausibilität überprüfen
 - bei Sachaufgaben entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung ausreicht oder ein genaues Ergebnis nötig ist
 - Sachaufgaben systematisch variieren
 - durch Probieren und systematisches Vorgehen lösen

Raum und Form

- sich im Raum orientieren
- geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen
- einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen
- Flächen und Rauminhalte vergleichen und messen

Größen und Messen

- Größenvorstellungen besitzen
- mit Größen in Sachsituationen umgehen

Muster und Strukturen

- Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen:
 - Gesetzmäßigkeiten in arithmetischen Mustern (z.B. Zahlenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen
 - arithmetische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben
- Funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen:
 - funktionale Beziehungen in Sachaufgaben erkennen, sprachlich beschreiben und entsprechende Aufgaben lösen
 - funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen

Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

- Daten erfassen und darstellen:
 - aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

Bezogen auf die Jahrgangsstufe 4 wurde ein Kompetenzstufenmodell entwickelt, das auf die inhaltlichen Kompetenzen angewendet werden kann. Das Modell umfasst fünf Stufen.

Globales Kompetenzstufenmodell	
V	Modellierung komplexer Probleme unter selbstständiger Entwicklung geeigneter Strategien
IV	Sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang
III	Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematischen und sachbezogenen) Kontext
II	Einfache Anwendungen von Grundlagenwissen (Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)
I	Technische Grundfertigkeiten (Routineprozeduren auf der Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)

Dabei heißt es, dass Schüler und Schülerinnen auf der Kompetenzstufe I und II noch nicht die in den Bildungsstandards formulierten Erwartungen erfüllen, dies werde erst ab der Kompetenzstufe III erreicht. Mit der Zugehörigkeit zur Kompetenzstufe IV oder höher, liege das Leistungsniveau über den Erwartungen der Bildungsstandards.

* * *

Aus Praktikabilitätsgründen wird für das vorliegende Skript dieses globale Modell auf drei Lernstandsstufen (ähnlich den Fähigkeitsniveaus bei den VERA-Arbeiten) reduziert. Die auf der jeweiligen Stufe vorliegenden Kompetenzstände sind im Folgenden für den Themenbereich „Addition und Subtraktion“ näher erläutert.

Definition der Lernstandsstufen für das vorliegende Skript

Lernstandsstufe A: Elementare Fähigkeiten Grundlegende Kenntnisse arithmetischer Verfahren

- Gesetzmäßigkeiten werden erkannt und bei der Fortsetzung einfacher Zahlenfolgen sowie beim strukturierten Zählen berücksichtigt.
- Aufgaben zur Addition werden halbschriftlich und schriftlich (bei zwei Summanden) durchgeführt.
- Subtraktionsaufgaben ohne Übertrag werden gelöst und Ergänzungen zum nächsten Stellenwert gelingen.
- Einfache Überschlagsrechnungen werden gemacht und auch zur Bestimmung der Größenordnung von Ergebnissen herangezogen.
- Einfache Rechenaufgaben können durch systematisches Probieren gelöst werden.
- In Bezug auf die Grundrechenarten werden grundlegende mathematische Begriffe (z.B. „Summe“) korrekt benutzt.
- Die Aufgabenlösung gelingt bei sprachlich einfachen und kurzen Texten.
- In Gleichungen kann eine fehlende Rechenoperation eingesetzt werden.

Lernstandsstufe B: Erweiterte Fähigkeiten Umfassende Kenntnis der Addition und Subtraktion

- Die schriftliche Addition gelingt auch mit Überträgen in unüblichen Formaten (z.B. Lückenaufgaben).
- Die schriftliche Subtraktion gelingt auch mit Überträgen oder in unüblichen Formaten (z.B. Lückenaufgaben).
- Überschlagsrechnungen werden selbst bei großen Zahlen sicher durchgeführt, Zahlen werden sinnvoll gerundet.
- Die Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion werden erkannt.
- Das Vervollständigen von Zahlenreihen gelingt, wenn die zugrunde liegende Regel vorwiegend Strichrechnung erfordert.
- Aufgabenlösung mit sprachlich etwas komplexeren, längeren Texten werden gemeistert. Einfache Sachsituationen werden modelliert und die damit verbundenen Problemstellungen gelöst.
- Arithmetische Aufgaben mit ausgeprägten sprachlichen oder bildlichen Anteilen können gelöst werden.

Lernstandsstufe C: Fortgeschrittene Fähigkeiten
Flexible Beherrschung der Grundrechenarten

- Zahlen und Operationen können flexibel kombiniert werden. Hierbei werden mathematische Kenntnisse (z.B. Rechengesetze) korrekt angewendet.
- Die schriftliche Subtraktion gelingt auch mit Überträgen in unüblichen Formaten (z.B. Lückenaufgaben).
- Das Finden, Erklären und Korrigieren von Fehlern in schriftlichen Additionen und Subtraktionen gelingt.
- Überschlagsrechnungen, geeignete Rundungen und Schätzungen können vorgenommen werden.
- Das Erkennen und Benennen einer Zahlenfolge gelingt.
In Zahlenfolgen können Fehler erkannt und begründet werden.
- Mehrschrittige Rechnungen werden unter Berücksichtigung der Regel „Punktrechnung vor Strichrechnung“ bewältigt.
- Zahlen können durch geeignete Operationen zu einer Zielzahl kombiniert werden.
- Komplexe Sachsituationen werden geeignet modelliert, rechnerisch korrekt bearbeitet und ihre Lösungen angemessen dargestellt.
- Das begriffliche Wissen umfasst auch speziellere Fachbegriffe und kann sicher verwendet und kommuniziert werden.

Schriftlich addieren - Zahlenraum bis 1000

Rechne schriftlich.

	3	4	5				5	0	8				2	7	5				4	8	3				8	0	6		
+	2	5	3				4	8	1				6	0	4				4	1	4				1	9	2		

Rechne schriftlich.

	3	7	5				5	2	8				1	7	6				5	4	5				8	2			
+	4	8	4				2	6	4				2	9	3				9	3	7				7	8	7		

Rechne schriftlich.

	3	9	7				7	2	9				5	8	6				6	0	6				2	9	5		
+	5	8	4				1	7	4				2	9	7				9	0	7				7	6	7		

Rechne schriftlich.

	4	8	5				2	9	8				1	5	4				4	5				1	8	2		
+	3	9	4				3	7	4				1	9	3				6	3	7				4	8	7	

Findest du die Fehler? Rechne nach und schreibe das richtige Ergebnis darunter.

	6	7	5				3	5	8				1	7	7				2	5	7				2	1	8	
+		9	3				2	4	7				1	4	7				1	0	6					8	4	

Lernstandsstufe - Kompetenzen - Ergebnisse / Lösung

Lernstandsstufe	A
Allgemeine Kompetenzen	Technische Grundfertigkeiten
Inhaltliche Kompetenzen	Zahlen und Operationen: - Schriftliches Verfahren der Addition ohne Übergang geläufig ausführen
Ergebnisse	598 / 989 / 879 / 897 / 998
Lernstandsstufe	A
Allgemeine Kompetenzen	Technische Grundfertigkeiten
Inhaltliche Kompetenzen	Zahlen und Operationen: - Schriftl. Verfahren der Addition mit einem Übergang geläufig ausführen
Ergebnisse	859 / 792 / 469 / 1482 / 869
Lernstandsstufe	A
Allgemeine Kompetenzen	Technische Grundfertigkeiten
Inhaltliche Kompetenzen	Zahlen und Operationen: - Schriftliches Verfahren der Addition anwenden (mehrere Übergänge) - Lösung durch Überschlagsrechnung überprüfen
Ergebnisse	981 / 903 / 883 / 1513 / 1062
Lernstandsstufe	B
Allgemeine Kompetenzen	Technische Grundfertigkeiten / Problemlösen / Kommunizieren
Inhaltliche Kompetenzen	Zahlen und Operationen: - Schriftliches Verfahren der Addition anwenden (mehrere Summanden mit mehreren Übergängen) - Lösung durch Überschlagsrechnung überprüfen
Ergebnisse	955 / 779 / 743 / 1040 / 998
Lernstandsstufe	C
Allgemeine Kompetenzen	Technische Grundfertigkeiten / Problemlösen / Kommunizieren / Argumentieren
Inhaltliche Kompetenzen	Zahlen und Operationen: - Schriftliches Verfahren der Addition anwenden (mehrere Summanden mit mehreren Übergängen) - Rechenfehler finden, erklären und korrigieren
Ergebnisse	802 (Einerstelle) / 801 (korrekt) / 847 (falsche Gemerktziffer an Zehnerstelle) / 1008 (Gemerktziffern fehlen) / 996 (falsche Gemerktziffer an der Zehnerstelle)